

סלב	6	5	4	3	2

מבחן מועד ב' - מבוא ללמידה חישובית סמסטר א' תשע"ז (2016/7)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' אמיר גלוברזון ופרופ' ישי מנצור,

מתרגל: רגב שוייגר

8.3.2017

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
 2. משך הבחינה - **שלוש שעות**.
 3. חומר עזר מותר: דף עזר אחד בגודל A4 משני צדדיו.
 4. יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה). **מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.**
 5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
 6. במבחן 6 שאלות:
- **יש לענות על 5 שאלות בלבד!**
 - יש לציין בבירור על אילו שאלות עניתם!
 - יש לענות תשובות ברורות, ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
 8. אם לא נאמר אחרת, יש להניח שדגימות במדגם נוצרות באופן בלתי תלוי ומאותה התפלגות (i.i.d).

בהצלחה!

שאלה 1

נותנים לאלגוריתם k-means קלט של חמש נקודות על הישר (כלומר מימד כל נקודת קלט הוא 1). הנקודות הן: 0, 10, 13, 16 ו-21. מריצים עליהן את k-means עם $k=2$, עד שמרכזי ה-clusters לא משתנים בין האיטרציות. שימו לב שנקודות ההתחלה יכולות להשתנות בין הסעיפים השונים. בסעיפים הבאים נתונים מיקומים אפשריים לאחד המרכזים המתקבלים. ענו האם המיקום אפשרי - אם כן, תנו מיקום אפשרי של המרכז השני (והסבר). אם לא, הסבירו מדוע הוא לא אפשרי.

א. מרכז ב- $x=0$

המיקום אפשרי. מיקום אפשרי למרכז השני _____

המיקום לא אפשרי. הסבר _____

ב. מרכז ב- $x=1$

המיקום אפשרי. מיקום אפשרי למרכז השני _____

המיקום לא אפשרי. הסבר _____

ג. מרכז ב- $x=5$

המיקום אפשרי. מיקום אפשרי למרכז השני _____

המיקום לא אפשרי. הסבר _____

שאלה 2

נתונה מחלקת הפונקציות הבאה: הקלטים הם וקטורים ב- R^d , ולכל $w \in R^d$ יש השערה h_w המגדירה על-מישור הניצב ל- w , והנקודות החיוביות הן הנקודות שנמצאות בדיוק על העל מישור. כלומר:

$$h_w(x) = \begin{cases} 1 & \text{if: } w^T x = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

חשבו את מימד ה-VC של המחלקה $C = \{h_w: w \in R^d\}$ (הראו חסם עליון ותחתון שווים זה לזה).

1. תנו חסם עליון על מימד ה-VC של המחלקה C: VC-dimension (C) < ____

הסבר:

2. תנו חסם תחתון על מימד ה-VC של המחלקה C: VC-dimension (C) ≥ ____

הסבר:

שאלה 3

מריצים את האלגוריתם perceptron. עבור זמן t , נתון כי $x_t = x_{t+1}$ וגם $y_t = y_{t+1}$. ענו על השאלות הבאות והסבירו את תשובתכם. אם התשובה כן, תנו דוגמא (ניתן להניח וקטור w_t כרצונכם). אם התשובה לא, הסבירו מדוע זה בלתי אפשרי.

א. האם האלגוריתם יכול לעשות שגיאה על x_t וגם על x_{t+1} ?
כן / לא. הסבר:

ב. האם האלגוריתם יכול לעשות שגיאה על x_t ולא לשגות על x_{t+1} ?
כן / לא. הסבר:

ג. האם האלגוריתם יכול לעשות שגיאה על x_{t+1} ולא לשגות על x_t ?
כן / לא. הסבר:

שאלה 4

נתונים וקטורים x_1, \dots, x_n ממימד d כאשר נתון כי $\sum_{i=1}^n x_i = 0$.
נתונים קבועים c_1, \dots, c_d כאשר $c_k > 0$ (כלומר חיוביים ממש).
רוצים למצוא ווקטור $v = (v_1, \dots, v_d)$ שיקיים $\sum_{k=1}^d c_k v_k^2 = 1$, ושהמכפלה הפנימית של הנקודות עם v תהיה בעל שונות מקסימלית. הראו כיצד ניתן (על ידי שימוש באלגברה לינארית) לחשב את v .

ביטוי עבור v :

הסבר:

שאלה 5

נתייחס למודל גנרטיבי עבור המשתנים המקריים $X = (X_1, \dots, X_d) \in \{0,1\}^d$ ו- $Y \in \{0,1\}$.
הניחו ש $\Pr[Y = 0] = 0.5$. כמו כן בהתפלגות המשותפת של X, Y מתקיים:

$$\Pr[X_i = b | Y = y] = q_{b,y}$$

עבור $b, y \in \{0,1\}$, כאשר $q_{b,y}$ פרמטרים שנרצה ללמוד. שימו לב ש $q_{b,y}$ אינו תלוי ב- i .
בדומה ל- Naïve Bayes, המודל יניח שבהנתן הערך של $Y = y$ המשתנים המקריים X_i בלתי תלויים. **שימו לב, יש רק ארבעה פרמטרים לכל המודל.**
נתון מדגם $S = \{(x^1, y^1) \dots, (x^m, y^m)\}$ כאשר $x^i \in \{0,1\}^d$ ו- $y^i \in \{0,1\}$.
מצאו את אומד ה-ML עבור הפרמטרים $q_{1,0}$ ו $q_{1,1}$ של מודל זה. הסבירו באופן ברור כיצד הוא תלוי בנתוני האימון.

אומד ML:

$$q_{1,1} =$$

$$q_{1,0} =$$

הסבר:

שאלה 6

בשאלה נתייחס לבעיית ה-SVM המבוטאת כסכום של Hinge-Losses עם גורם רגולריזציה. לאורך כל השאלה, נניח כי אין bias. כעת נניח שלכל מימד מתאים משקל $c_j \geq 0$ כך שפונקציית המטרה היא:

$$\sum_{i=1, \dots, n} \max[0, 1 - y_i \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i] + \frac{1}{2} \sum_{j=1, \dots, d} c_j w_j^2$$

א. נניח שמדגם האימון ניתן להפרדה לינארית, האם קיים ערך ל c_1, \dots, c_d כך שהפתרון של בעיית ה-SVM לעיל ייתן שגיאת סיווג אפס על מדגם האימון? כן \ לא

נמקו:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ב. הניחו ש $c_j > 0$ וגזרו את הבעיה הדואלית במפורש. רמז: עברו לייצוג בעזרת משתני slack. יש להציג את צורתה הסופית, שלא תלויה במשתנים w, b או משתני ה-slack.