תעודת זהות:

מספר מחברת:

1	2	3	4	5	6	7	סה"כ

מבחן מועד ב' – מבוא ללמידה חישובית
סמסטר א' תשע"ד (2013)

פתרונות

תקציר

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ערן הלפרין, פרופ' ליאור וולף, פרופ' ישי מנצור,

מתרגל: מריאנו שיין

12.8.2014

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שעתיים. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: ללא.
4. **יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
6. במבחן 7 שאלות:
   - הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה.
   - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
8. אם לא נאמר אחרת, יש להניח שדגימות במדגם נוצרות באופן בלתי תלוי ומאותה התפלגות (i.i.d)

בהצלחה!

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 1 (12 נקודות).

משנים את SVM כך שלכל נקודה i יש משקל $w_i>0$ מספר חיובי., עבור w_i שהוא מספר טבעי, האופטימיזציה זהה לזו המתקבלת כאשר נקודה i מופיעה במדגם w_i פעמים עם משקל 1. מכלילים את הניסוח בצורה טבעית (לבחירתכם) עבור משקולות חיוביים כלשהם.

א. כתוב את תוכנית האופטימיזציה (בהנחה שלא בהכרח קיים מפריד לינארי בלי שגיאה) והסבר.

$$\min_{w,b} \sum_{i=1}^{m} w_i \xi_i + \|w\|^2$$

$$s.t. \quad y_i(w^t x_i + b) \geq 1 - \xi_i \qquad i=1..m$$

$$\xi_i \geq 0 \qquad i=1...m$$

ב. האם המשקולות ישנו את הפתרון (ביחס לפתרון שימצא SVM ללא משקלים לנקודות)?

כן ☒ לא ☐ הסבר:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2 (12 נקודות).

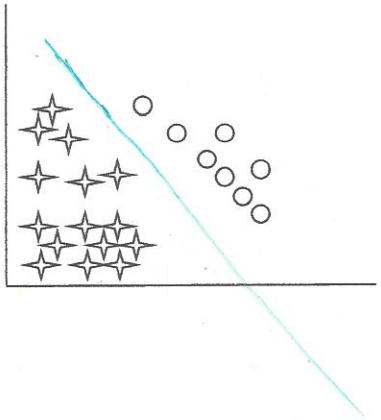
נתון SVM עם שלושה kernel שונים:

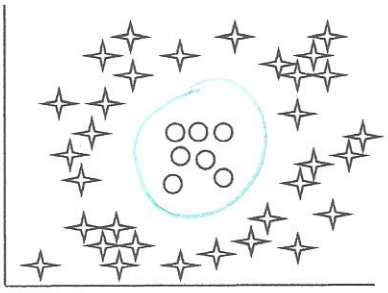
א. לינארי,

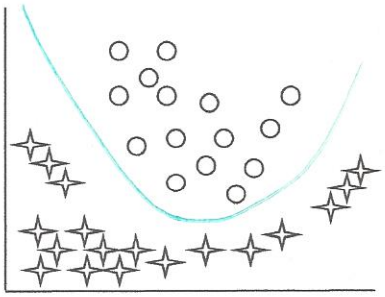
ב. פולינומיאלי ריבועי (d=2)

ג. גאוסיאני (ללא שגיאות)

עבור כל אחד מהמקרים קבע איזה kernel מתאים כך שיתאפשר מפריד ללא שגיאות וסמן את הקו המפריד המתקבל ע"י האלגוריתם







תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 3 (12 נקודות)

א. הציעו הסבר בייסיאני לבעיית הרגרסיה הבאה:

$$\min \sum_{i=1}^{n} |y_i - ax_i - b|$$

$y_i = ax_i + b + w \qquad P(w) \propto e^{-|w|}$

ב. האם ניתן לפתור את בעיית הרגרסיה הזו באמצעות תוכנית ליניארית LP?
(תוכנית ליניארית LP היא מקרה פרטי של תוכנית ריבועית (Quadratic) בה גם האילוצים וגם פונקציית המטרה הן ליניאריות, כלומר המטריצה של הגורם הריבועי היא אפס). אם אפשר, יש לכתוב את התכנית הלינארית. אם אי אפשר, יש להסביר מדוע.

כן ☒ לא ☐

$\min \sum \varepsilon_i$

$y_i - ax_i - b \le \varepsilon_i$

$y_i - ax_i - b \ge -\varepsilon_i$

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4 (16 נקודות)

בכל תא בטבלה למטה ציינו האם תוצאת האלגוריתם תשתנה כתוצאה מהפעלת הטרנספורמציה המצוינת. נמקו את תשובתכם בקצרה. תוצאת האלגוריתם מוגדרת כניבוי התוויות של דוגמאות חדשות שעוברות כמובן את אותה טרנספורמציה.

x_0 הוא וקטור. a הוא סקלר שונה מאפס. D היא מטריצה ריבועית אלכסונית, ללא אפס על האלכסון. U מטריצה יוניטרית. A היא מטריצה ריבועית מדרגה מלאה. (הכל במספרים ממשיים).

	$T(x) = x + x_0$	$T(x) = ax$	$T(x) = Dx$	$T(x) = Ux$	$T(x) = Ax$
Soft margin linear SVM	☐ תשתנה ☒ לא תשתנה הסבר:	☐ תשתנה ☒ לא תשתנה הסבר:	☒ תשתנה ☐ לא תשתנה הסבר:	☐ תשתנה ☒ לא תשתנה הסבר:	☒ תשתנה ☐ לא תשתנה הסבר:
Nearest Neighbor	☐ תשתנה ☒ לא תשתנה הסבר:	☐ תשתנה ☒ לא תשתנה הסבר:	☒ תשתנה ☐ לא תשתנה הסבר:	☐ תשתנה ☒ לא תשתנה הסבר:	☒ תשתנה ☐ לא תשתנה הסבר:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 5 (16 נקודות)

נניח את מודל הרגרסיה הבא:

$$y = ax + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, x^2), x \in R$$

נתונה דגימה $S = \{(x_i, y_i) | 1 \le i \le m\}$

א. כתבו את פונקצית האופטימיזציה עבור מודל זה על פי עקרון הנראות המקסימלית - ML.

ML = $\underset{a}{\arg\min} \sum \left(\frac{y_i}{x_i} - a\right)^2$

ב. הציעו פתרון לאופטימיזציה מסעיף א (כלומר, נוסחה לשערוך a כפונקציה של מדגם x ו-y) המשתמש (כ "קופסה שחורה") באלגוריתם לרגרסיה לינארית ("רגילה", כפי שנלמדה בשיעור)

באופן יותר מפורש, נתון LR(T) אלגוריתם לרגרסיה ליניארית על מדגם T.
המטרה היא לשנות את המדגם S למדגם T

T = $\left\{0, \frac{y_i}{x_i}\right\}_{i=1}^{m}$

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 6 (16 נקודות)

לאחר למידת KERNEL SVM (בהנחה שקיים מפריד ללא שגיאות) נקבל כלל החלטה מהצורה $f(x) = \sum_i \alpha_i y_i K(x_i, x) + b$. מהו ה margin עבור מסווג זה? על הפתרון להיות ניתן לחישוב באמצעות K והפרמטרים שנלמדו ללא תלות ב-KERNEL. רמז: השתמשו בקשר בין הmargin ל-נורמה.

margin = $\frac{2}{\sqrt{\sum\sum \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j)}} = 2\sqrt{\sum \alpha_i}$

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 7 (16 נקודות)

נתונות הנקודות הבאות מהצורה (x,y) בשני מימדים:

(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (2,0).

מהו קו הרגרסיה מהצורה y = ax+b של הנקודות הללו?

a = $\frac{-9}{16}$

b= $\frac{15}{16}$

מהו הקו המוגדר על ידי הורדת המימד למימד אחד באמצעות PCA ?

a = -1

b = $\frac{6}{5}$